Le planétarium Peiresc est une réalisation de l'association des Amis du Planétarium d'Aix en Provence,

avec le soutien de :

Ville d'Aix-en-Provence

Conseil Général des Bouches du Rhône

Conseil Régional P.A.C.A.

Solidarités Nouvelles face au Chômage

et la participation de :

D.R.A.C.

RECTORAT ACADEMIE D'AIX-MARSEILLE

Laboratoire d'Astrophysique de Marseille

METEO FRANCE Toujours un temps d'avance

Directeur de la publication : Philippe Malburet

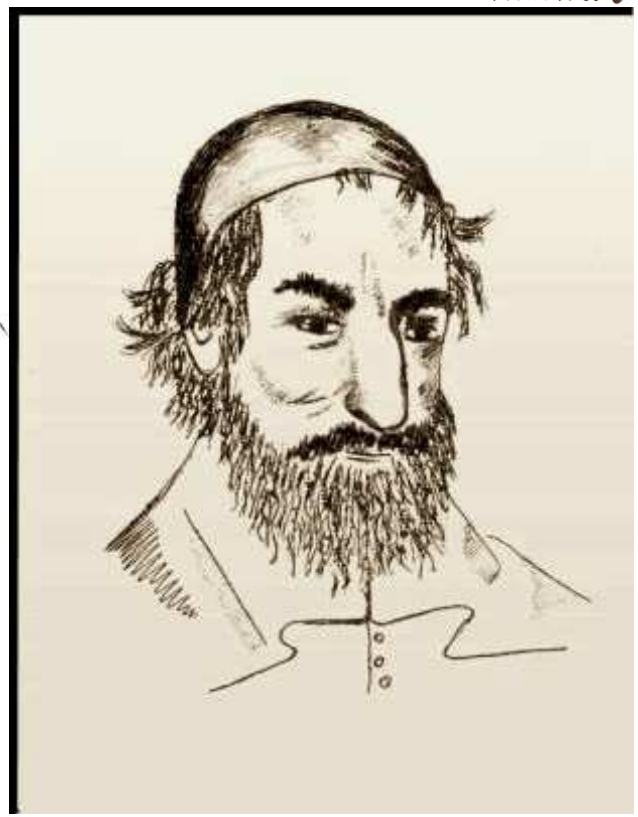
Planétarium Peiresc Parc Saint-Mitre 7, rue des Robiniers 13090 AIX EN PROVENCE
Entrée du public : avenue Jean Monnet
Tél/fax/rép. : 04 42 20 43 66 - Tél. : 04 42 64 21 48
Site Internet : http://www.aix-planetarium.fr E-mail : aix.planetarium@orange.fr

ISSN 1775-0458

Janvier 2008

Les Cahiers Peiresc

numéro 8



L'association des Amis du Planétarium d'Aix en Provence,
(A.P.A.P.),
a été fondée en novembre 1989 avec pour objectif :

« la diffusion, en milieu scolaire et auprès du public en général,
des théories scientifiques qui constituent
l'Astronomie, l'Astrophysique et les sciences de la Terre,
en utilisant comme outil pédagogique privilégié
un planétarium fixe. »
(article 2 des statuts)

——o——

Informations : http://www.aix-planetarium.fr
Contacts, réservations : 04 42 64 21 48 ou 04 42 20 43 66
E-mail : aix.planetarium@orange.fr

——o——

L'A.P.A.P. est membre de

L'Association des Planétariums de Langue Française,
(A.P.L.F.),

dont le siège est :

Planétarium de Strasbourg
Rue de l'Observatoire
67 000 SRASBOURG

http://www.aplf-planetarium.org

ACTUALITÉS ASTRONOMIQUES

Un astéroïde pourrait percuter Mars

Un astéroïde découvert lors de son passage à proximité de la Terre le 20 novembre dernier s'approche de la planète Mars et pourrait s'y écraser le 30 janvier prochain.

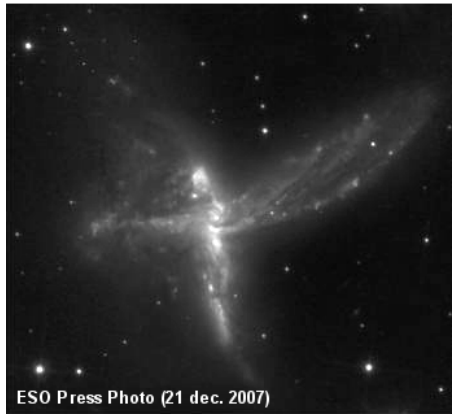
Baptisé 2007/WD5, cet astéroïde, dont la plus grande dimension est estimée à 50 mètres, cumule les qualités de *géocroiseur* - qui croise l'orbite de la Terre - et d'*aréocroiseur* - qui croise celle de Mars. C'est lors de son dernier passage à proximité de la Terre, le 20 novembre 2007, qu'il a été repéré pour la première fois.

Actuellement (26 déc. 2007), l'astéroïde se trouve approximativement à mi-chemin entre la Terre et Mars et les estimations de trajectoire montrent une possibilité de collision avec la Planète rouge d'environ 1 sur 75. Mais les observations ne permettent pas encore de valider formellement cette trajectoire et il demeure une région d'incertitude de près d'un million de kilomètres. L'astéroïde pourrait donc rater la Planète rouge.

S'il y a impact, celui-ci se produira à 10 h 55 TU à une vitesse de 13,5 kilomètres par seconde, provoquant l'apparition d'un cratère d'un kilomètre de diamètre.

Triple collision de galaxies sous l'œil du VLT

En utilisant la technique de l'optique adaptative, une équipe d'astronomes de l'ESO a montré que la collision, observée avec le télescope Hubble, des deux galaxies ESO 593-IG 008 et IRAS 19115-2124, situées à 650 millions d'années-lumière, était en fait une triple collision. Un événement exceptionnel qui nous montre peut-être une galaxie elliptique en formation. En effet, l'observation en infrarouge, en permettant de pénétrer à travers les nuages de poussières, a révélé que la collision observée par Hubble faisait en fait intervenir trois corps dont une nouvelle petite galaxie.


ESO Press Photo (21 dec. 2007)

Pierre FERNANDEZ

La science consiste à passer d'un étonnement à un autre

Aristote

Contentez-vous de nous dire comment on va au ciel, et laissez-nous le soin de dire comment va le ciel.

Galilée
(aux religieux)

EDITO

Après bien des inquiétudes, le Planétarium est reparti !

Tout d'abord, merci à tous ceux qui ont eu à cœur de ne pas baisser les bras : aussi bien les adhérents que nos partenaires. Et je voudrais, ici, remercier tout particulièrement l'association ***SNC*** *(Solidarités Nouvelles face au Chômage) grâce à qui nous avons pu recruter une personne, depuis le 16 octobre dernier. De ce fait, les contacts avec le Planétarium ont pris une autre tournure : désormais un interlocuteur est présent quasi en permanence au Planétarium ! Dans notre prochaine livraison des Cahiers, nous présenterons cette association dont l'objectif est de permettre, pour une durée limitée, la création d'emplois associatifs de développement.*

Malheureusement, la question du fonctionnement est à nouveau posée, depuis la fin de janvier 2008 : pour des raisons personnelles, la personne qui occupait cet emploi a rompu le contrat d'un an qui la liait à nous et nous sommes à nouveau confrontés à la difficile question de trouver un (ou une) nouvel(le) employé(e) capable d'assurer les fonctions de secrétariat et d'animation.

Il reste à formuler un souhait : que nos demandes de subventions déposées pour 2008 nous permettent de pérenniser cet emploi, seule manière de maintenir ouvert le Planétarium Peiresc.

****

Ce bulletin présente un caractère un peu inhabituel. Cet automne, et pour la première fois depuis l'ouverture du Planétarium, nous ne figurions pas dans la liste des structures proposant à Aix-en-Provence des activités spécifiques à l'occasion de la Fête de la Science. Et pourtant, sachant que le Planétarium allait rouvrir, nous nous devions de participer à cette manifestation nationale. De façon quasi providentielle nous avons été invités à tenir un atelier " Astronomie et Mathématiques " à la Cité des Sciences et de l'Industrie de Paris : l'association ***Maths Pour Tous****, dont le siège est à Luminy (il s'agit de l'une des Facultés des Sciences de Marseille), nous a proposé de tenir cette table, ce que nous avons accepté avec plaisir.*

On trouvera donc dans les pages suivantes, l'exposé des thèmes que nous avons abordés à cette occasion. Les articles paraîtront sans doute un peu plus ardus qu'à l'ordinaire – mais une fois n'est pas coutume – ils montreront cependant que Astronomie et Mathématiques ont toujours évolué de concert. Nos visiteurs de la Cité des Sciences ont été intéressés par ces sujets, aussi bien les plus jeunes qui découvraient des méthodes qu'ils ignoraient, que les plus anciens qui retrouvaient de vieux souvenirs d'étudiants.

****

À tous ceux qui liront ces lignes, et au nom de notre Conseil d'Administration, je présente mes vœux les plus sincères pour cette nouvelle année.

Philippe Malburet
le 31 janvier 2008

Post Scriptum : *pour des raisons indépendantes de notre volonté, ce bulletin qui était prêt dès la fin décembre, n'a pu être imprimé aussitôt après.*

guments utilisés contre Galilée par l'Inquisiteur Bellarmin : si la Terre se déplaçait autour du Soleil, on devait être en mesure de déterminer la parallaxe des étoiles. À quoi Galilée répondit que les instruments d'observation (notamment sa lunette) n'avaient pas une précision suffisante pour pouvoir mesurer de si petits angles.

La parallaxe de la Lune fut déterminée par des observations conjointes effectuées en 1751 par Nicolas-Louis de Lacaille (au Cap de Bonne Espérance) et Joseph-Jérôme Lefrançois Lalande (à Berlin). Elle était de l'ordre de 57'.

En 1838 Bessel détermina la première parallaxe d'une étoile (61 Cyg) : elle était de 0,31", ce qui positionne cette étoile à 10,5 AL.

Pourtant, c'est la parallaxe du Soleil qui fut l'objet d'une longue et patiente détermination. En effet sa connaissance était la clef de celle qui pouvait donner la distance de toutes les planètes du Système solaire. Avec la parallaxe du Soleil et les lois de Kepler, on avait alors la possibilité de connaître les distances de toutes les planètes au Soleil. Au cours des XVIIIe et XIXe siècles, plusieurs expéditions réalisées à grands frais eurent lieu, notamment lors des rares passages de Mercure ou de Vénus devant le disque solaire. Tous les pays y participèrent – la France en particulier. C'est l'astronome britannique Edmund Halley qui indiqua la méthode faisant intervenir le transit de Mercure ou de Vénus, pour en déduire la parallaxe du Soleil, donc la distance Terre-Soleil.

Les prouesses du satellite Hipparcos

Jusque vers les années 1980, la méthode de la parallaxe annuelle avait permis de mesurer la parallaxe d'environ 8 000 étoiles. En août 1989, la satellite HIPPARCOS (pour High Précision PARallaxe Collection Satellite) a été placé sur une orbite très elliptique (initialement, il devait être mis sur une orbite géostationnaire, mais une panne de l'un des moteurs empêcha la manœuvre) et a pu mesurer avec une précision de l'ordre de la milliseconde d'arc, la parallaxe de 118 218 étoiles (catalogue Hipparcos).

Un second catalogue (Tycho), publié à la suite des mesures de ce satellite donne la parallaxe de plus d'un million d'étoiles dont la parallaxe est comprise entre 20" et 30".

Ces deux catalogues (Hipparcos et Tycho) furent publiés par l'ESA[1] en août 1996. Une seconde version du catalogue Tycho (Tycho 2) fut publiée en 2000 : on y donne la parallaxe de 2 539 913 étoiles, ce qui représente 99% de toutes les étoiles jusqu'à la magnitude 11. ■

(à suivre)

Pierre FERNANDEZ
Philippe MALBURET
Jean-Louis POSS

[1] ESA = European Space Agency.

Définition : On dira qu'une étoile est située à 1 *pc* si sa parallaxe est égale à 1 *seconde d'arc*.

En d'autres termes, depuis cette étoile (située à 1 *pc*), on verrait le demi-grand axe de l'orbite terrestre (1 *UA*, c'est-à-dire 150 millions de km) sous un angle de 1" (seconde d'arc, 3 600^{e} partie du degré).

Déduisons de cette définition la valeur de 1 *pc* en *UA*.

On sait que $1 rad = \frac{180}{\pi}$ *degrés* ; or 1° = 3600"

d'où , $1 rad = \frac{180 \times 3600}{\pi}" = 260\,265"$

on peut en déduire que $SE = \frac{1}{\varpi(rad)} = \frac{1}{\varpi(")} \times 206\ 265$ UA,

en notant avec $\varpi(rad)$ et $\varpi(")$ respectivement les mesures en *radians* et en *secondes d'arc* de la parallaxe.

Si $\varpi = 1"$, obtient : *SE* = 206 265 UA ; donc, par définition :

1 *pc* = 206 265 *UA*.

Enfin, la définition précédente permet d'écrire que si *SE* est exprimé en *pc*,

$SE = \frac{1}{\varpi(")}$

Conclusion : Si la parallaxe d'une étoile est exprimée en *secondes d'arc*, son inverse est la distance de cette étoile exprimée en *pc*.

LE « PARALLAXMÈTRE »

De manière à montrer au public qu'il était possible de mesurer une distance sans disposer d'un mètre, mais en mesurant simplement l'angle de parallaxe d'un objet, nous avons construit un petit appareil, baptisé pour les besoins de la cause « parallaxmètre », et qui par simple visée puis lecture d'un angle, donnait la distance de l'objet visé (voir fig. 3 et 4 page 17).

QUELQUES RÉSULTATS HISTORIQUES

Depuis longtemps on savait que la méthode de la parallaxe devait être efficace pour déterminer la distance des étoiles. C'est d'ailleurs l'un des ar-

SOMMAIRE

Édito	4
La fête de la science 2007...	6
Calcul prédictif des éclipses	10
Le calcul par logarithmes	14
La parallaxe : mesure des distances d'étoiles	23
Actualités astronomiques	30

LA FÊTE DE LA SCIENCE 2007 …
à Paris pour le Planétarium Peiresc

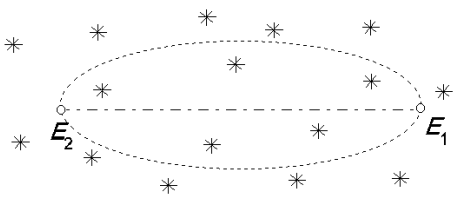
Pour la première fois depuis 2002, le Planétarium Peiresc ne s'est pas inscrit à la Fête de la Science qui s'est déroulée du 8 au 11 octobre 2007. La raison en fut toute simple : le Planétarium était fermé pour les raisons que l'on sait à cette époque-là. Au moment des inscriptions à cette manifestation nationale (mai 2007), l'avenir était trop incertain pour que nous puissions envisager une participation qui, chacun le sait, demande un lourd investissement en animateurs pendant une semaine.

PRÉSENTATION

Dans le courant de l'été, le vice-président (**Laurent BEDDOU**) de l'association ***Maths Pour Tous*** qui a son siège à la Faculté de Luminy à Marseille, nous a proposé de tenir une table dans le cadre de leur propre participation à cette manifestation, mais à la Cité des Sciences et de l'Industrie de la Villette à Paris. Deux membres de notre Conseil, animateurs par ailleurs, se sont déclarés volontaires pour assurer cette participation : Pierre FERNANDEZ et Philippe MALBURET. Le thème général de notre animation s'est articulé autour de « ***Mathématiques et Astronomie*** ».

Depuis son ouverture, en avril 2002, le Planétarium Peiresc a participé chaque année à la manifestation nationale de la " Fête de la Science ". Pendant une semaine nous recevions tous les publics qui s'inscrivaient, essentiellement des scolaires qui bénéficiaient à cette occasion d'entrées gratuites, mais aussi le public non scolaire que nos activités intéressaient, et en particulier les conférences que nous proposions dans ce cadre. L'association APAP avait même participé à des éditions antérieures de cette manifestation sur divers sites (dont le Lycée Vauvenargues, à Aix-en-Provence).

Depuis le 1er juillet 2007 le Planétarium a dû cesser ses activités en raison de difficultés rencontrées dans son fonctionnement : nous n'étions donc pas inscrits pour octobre 2007.



Par rapport à des étoiles « lointaines » (qui semblent de ce fait immobiles), l'étoile proche E semble décrire une ellipse : à six mois d'intervalle, elle occupe par rapport à ces étoiles lointaines, les deux positions E_1 et E_2. Connaissant l'échelle du cliché, on peut exprimer la distance E_1E_2 en secondes d'arc : c'est le double de la parallaxe ϖ de E. Typiquement, la parallaxe d'une étoile est inférieure à 1".

Remarque

Certains des schémas précédents sont simplifiés. On s'est, en effet, systématiquement placé dans des situations idéales où le triangle de parallaxe est isocèle. Se reporter à des ouvrages spécialisés pour disposer des théories complètes.

EXPRESSION PRATIQUE DE LA PARALLAXE D'UNE ÉTOILE

Le triangle STE est rectangle en S. On peut écrire :

$$\tan\varpi = \frac{ST}{SE}$$

où ST est le demi-grand axe de l'orbite terrestre et SE la distance cherchée (on pourrait considérer que SE et TE sont égales, vu la petitesse de ϖ). Par ailleurs, la mesure d'angle ϖ, exprimée en *radians*, est elle aussi très petite, donc $\tan(\varpi) = \varpi$. On en déduit :

$$\varpi = \frac{ST}{SE} \qquad \text{ou encore :} \qquad SE = \frac{ST}{\varpi}$$

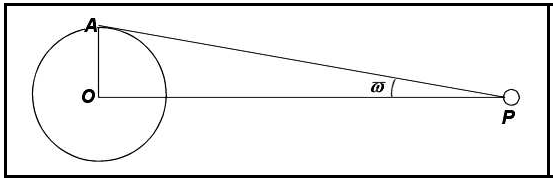
On peut exprimer ST en *Unités Astronomiques* (*UA*).

Donc on obtient : $SE = \frac{1}{\varpi}$ où ϖ est en radians.

UNE NOUVELLE UNITÉ DE DISTANCE : LE PARSEC

De manière à encore simplifier les calculs, on définit en astronomie une nouvelle unité de distance : le ***parsec*** (*pc*).

Détermination de la parallaxe diurne d'une planète

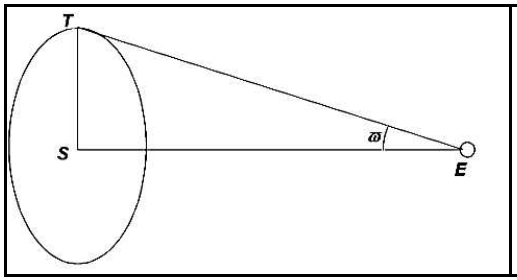


Parallaxe diurne

Le rayon terrestre *OA* est vu, depuis la planète *P* sous un angle ϖ, appelé parallaxe diurne de *P*.

Deux observateurs se positionnent en deux lieux sur Terre, les plus éloignés possible et mesurent la position de la planète. Ils en déduisent la parallaxe diurne de celle-ci.

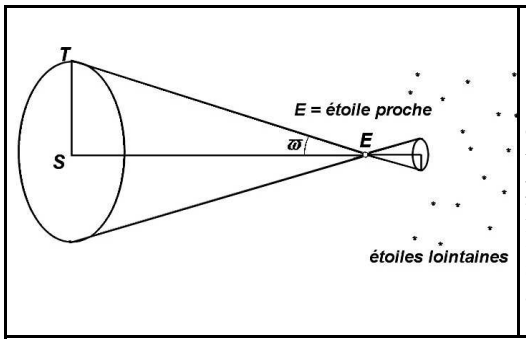
Détermination de la parallaxe annuelle d'une étoile



Parallaxe annuelle

Le demi-grand axe de l'orbite terrestre *ST* (*S* pour Soleil et *T* pour Terre) est vu depuis une étoile *E* sous un angle ϖ, appelé parallaxe annuelle de *E*.

À six mois d'intervalle, une étoile proche n'apparaît pas exactement à la même place dans le ciel par comparaison avec les étoiles lointaines qui nous semblent immobiles. Il semble que l'étoile proche décrive une ellipse dont le demi-grand axe, mesuré généralement en secondes d'arc est la parallaxe de cette étoile. Connaissant la valeur moyenne de la distance Terre-Soleil, on en déduit facilement la distance de l'étoile au Soleil, qui est, à cette échelle, la même que la distance de l'étoile à la Terre.



S représente le Soleil et *T* la Terre.

L'étoile « proche » *E* semble décrire, en six mois d'intervalle, une petite ellipse par rapport aux étoiles plus lointaines. Le demi-grand axe de cette ellipse apparente, mesurée en secondes d'arc, est la parallaxe annuelle de *E*.

Pour notre participation à cette manifestation à la Cité des Sciences, nous avons préparé quatre sujets, pour chacun desquels nous avons rédigé une notice explicative détaillée. Nous avons apporté des photocopies de ces fiches que nous avons remises aux visiteurs qui se sont montrés plus particulièrement intéressés par ces questions. Il nous a semblé important de montrer au public que sans les mathématiques l'astronomie ne serait pas ce qu'elle est devenue – même si, de nos jours, sa dimension physique l'emporte largement sur l'aspect mathématique. Ces fiches ont eu un prolongement : elles figurent sur notre site Internet, sous le nom de Fiches Peiresc.

QUELS THÈMES RETENIR ?

Selon ses statuts, l'association ***Maths Pour Tous*** a pour objet « *d'aider et guider des esprits différents dans l'élaboration d'un raisonnement ou d'une technique* de *résolution des problèmes mathématiques, en utilisant les outils propres à chacun et en essayant si possible d'y prendre du plaisir.* »

Il ne fut pas très difficile de trouver quatre thèmes au travers desquels l'Astronomie et les Mathématiques pouvaient être associées. Si l'Astronomie moderne est plus astrophysique, l'astronomie « historique » a toujours fait cause commune avec les mathématiques. Les grands astronomes étaient mathématiciens, de nombreux mathématiciens étaient aussi astronomes. Il n'est que de citer (sans pour autant prétendre à l'exhaustivité) John **Napier** (1550-1617) appelé Neper en France, Pierre **Gassendi** (1592-1655), Isaac **Newton** (1643-1727), Jean le Rond **d'Alembert** (1717-1783), Jean Sylvain **Bailly** (1736-1793), Pierre-Simon **Laplace** (1749-1827), Urbain **Le Verrier** (1811-1877), Théophile **Moreux** (1867-1954) dit l'abbé Moreux, Ernest **Esclangon** (1876-1954).

Les quatre sujets retenus étaient les suivants :

1. **la parallaxe**. Nous avons confectionné un instrument permettant au public de constater qu'avec un rapporteur, on est à même de mesurer une distance. Avec cette technique les astronomes sont capables de mesurer des distances d'objets trop éloignés pour qu'un instrument de mesure de longueur traditionnel puisse être employé (cas des étoiles

« proches » dont les distances ont été déterminées par mesure de parallaxe, puis mesures récentes plus précises réalisées par le satellite Hipparcos).

2. **le calcul prédictif des éclipses**. Nous avons présenté ce qu'on appelle le saros, et indiqué brièvement son mode d'obtention et son utilité, tant pour prévoir les futures éclipses, que pour dater certains événements historiques qui se sont déroulés lors d'une éclipse décrite dans les annales.

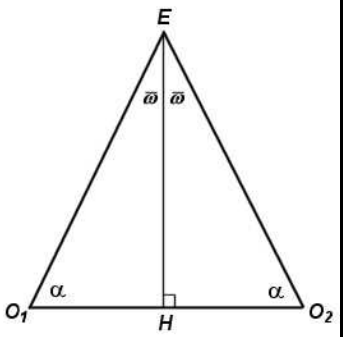
3. **les coniques**. Un modèle de cône de révolution à une nappe, réalisé par nous en plâtre, a permis de faire comprendre pourquoi les coniques portaient ce nom. Nous avons développé les incidences astronomiques que l'on rencontre à propos des coniques (ellipses et trajectoires des planètes ; hyperboles et comètes non périodiques ; paraboles et miroirs de télescopes).

4. **les logarithmes**. En utilisant les fameuses tables de logarithmes à cinq décimales (que bien des jeunes étudiants actuels ne connaissent plus), nous avons montré comment les astronomes pouvaient faire des calculs fort compliqués avant l'invention des ordinateurs. D'autres applications courantes ont aussi été évoquées : calcul d'une magnitude ; représentation, à l'aide d'une échelle logarithmique, de grandeurs dont la dispersion est telle qu'une représentation simplement linéaire est illisible.

On trouvera dans ce bulletin trois articles qui détaillent les thèmes relatifs à la parallaxe, au calcul prédictif des éclipses et aux logarithmes.

CONCLUSION

Si le nom de notre atelier « Mathématiques et Astronomie » pouvait paraître quelque peu prétentieux s'adressant au grand public, nous avons constaté dès les premiers mots échangés que certains visiteurs, a priori méfiants, étaient « accrochés » par ce qu'ils découvraient. La présentation de ces quatre sujets basés sur des notions mathématiques élémentaires a eu pour effet de les réconcilier avec les mathématiques, et d'en mieux percevoir l'utilité. Il faut noter également que les sujets abordés (coniques, trigonométrie, logarithmes, PPCM) évoquant des notions mathématiques anciennes côtoyaient deux maquettes d'aspect moderne et ludique. Il en est résulté une très grande diversité de visiteurs : les seniors se réjouissant de retrouver la table de logarithmes de leur jeunesse, et les tout jeunes de « manipuler » des concepts mathématiques en bois et en plâtre !



Sur le schéma ci-contre, O_1 et O_2 désignent les observateurs. L'objet dont on veut déterminer la distance est désigné par E.

Dans le cas d'un objet suffisamment éloigné, il n'est pas faux de considérer le triangle O_1O_2E comme isocèle.

La trigonométrie élémentaire permet d'écrire :

$$\tan\alpha = \frac{EH}{O_1H}$$

d'où : $EH = O_1H \times \tan\alpha$

En résumé : connaissant la distance O_1O_2 (donc sa moitié O_1H) et la mesure α, on en déduit la distance EH.

En astronomie la question se pose sous des hypothèses légèrement différentes : on est capable de mesurer l'angle ϖ appelé « angle de parallaxe ».

On obtient alors : $$\tan\varpi = \frac{O_1H}{EH}$$

D'où : $$EH = \frac{O_1H}{\tan\varpi}$$

Généralement la mesure de ϖ est très petite (de l'ordre de quelques dixièmes de seconde d'arc pour les étoiles les plus proches), ce qui signifie que le triangle O_1O_2E est très « allongé », ou encore que la distance EH est très grande devant O_1H. On a donc intérêt à accroître le plus possible la base O_1O_2, ce qui a fait la distinction entre parallaxe diurne et parallaxe annuelle.

LA PARALLAXE EN ASTRONOMIE

En astronomie, la parallaxe est l'angle sous lequel on pourrait voir une longueur connue, depuis un astre quelconque. On distinguera ainsi :

1) la parallaxe ***diurne*** destinée à mesurer la distance des objets du Système solaire ; c'est l'angle sous lequel on voit, depuis l'un d'entre eux, le rayon terrestre.

2) la parallaxe ***annuelle*** destinée à mesurer la distance des étoiles, c'est l'angle sous lequel on voit le demi-grand axe de l'orbite terrestre depuis une étoile. Cette parallaxe d'étoiles a été mise en évidence pour la première fois en 1838 par F. ***Bessel***.

perfection, c'est le domaine du divin.

Un problème se posait cependant avec les comètes : appartenaient-elles au monde sublunaire ou supralunaire ? La question valait d'être posée car une comète est essentiellement changeante : son aspect se transforme, la direction de la queue change par rapport à des directions fixes. Il était donc légitime de se poser la question : si une comète était du même type que les planètes ou les étoiles, pourquoi ne semblait-elle pas parfaite ? Si, au contraire elle n'était pas parfaite, c'est qu'il s'agissait d'un météore, ce que l'observation semblait cependant contredire. Le 13 novembre 1577, dans son île danoise de Hven, ***Tycho Brahé*** découvrit une comète. Utilisant la méthode des parallaxes mise au point par ***Regiomontanus*** (Johannes Müller von Koenigsberg, 1436-1476), T. Brahé en déduisit que les comètes devaient être plus éloignées que la Lune. Pour cela il compara ses observations à celles d'un autre astronome (Hagecius) qui vit aussi cette comète : les deux observateurs étant situés en des lieux distants (Hven et Prague, séparés de plus de 600 km), si la comète était située à la même distance que la Lune, sa position apparente par rapport aux étoiles aurait dû différer de six à sept minutes d'arc. Or la différence était de l'ordre de une minute d'arc, ce qui impliquait que la comète était située bien au-delà de la Lune (au moins six fois plus loin). Cette méthode trigonométrique, quoique encore imprécise, n'avait toutefois pas déterminé la distance de la comète, ni d'ailleurs celle de la Lune. Il ne s'agissait, ici encore, que de l'évaluation d'une proportion.

PREMIÈRES PARALLAXES MESURÉES

Pour qu'un effet de parallaxe puisse être mesuré, il fallait, soit que l'objet dont on voulait déterminer la distance ne fût pas trop éloigné, soit que les instruments utilisés pour mesurer la parallaxe fussent suffisamment précis.

En réalité, les premières mesures de parallaxes astronomiques eurent lieu aux XVIII^{e} (parallaxe de la Lune) et XIX^{e} (parallaxe d'une étoile) siècles.

PRINCIPE DE LA MÉTHODE DE LA PARALLAXE

Il s'agit d'une méthode de triangulation. Deux observateurs situés l'un de l'autre à une distance connue voient un objet hors de leur portée sous deux angles différents. La résolution du triangle ayant comme côté connu la distance des deux observateurs et dont les angles à la base peuvent être mesurés, permet d'en déduire la distance de la base au sommet occupé par l'objet.

En résumé, un bilan très positif pour cette expérience avec notamment :

- l'intérêt montré par certains pour les mathématiques « appliquées » à des sciences telles que l'astronomie.
- l'environnement enrichissant de la présence simultanée de divers ateliers centrés sur des activités mathématiques qui peuvent parfois sembler distantes, mais souvent aussi connexes (par exemple la question de l'infini, évoquée en astronomie, mais aussi abordée de façon plus rigoureuse dans un atelier voisin).
- l'intérêt, pour le Planétarium Peiresc, de montrer qu'il était capable de répondre à certaines préoccupations du public relativement à l'astronomie en liaison avec les mathématiques, et ainsi, de diversifier son activité.

Cette expérience a été pour nous suffisamment intéressante et originale par rapport à notre activité traditionnelle, pour nous donner envie de la prolonger et, éventuellement, de la reprendre l'année prochaine.

Nous tenons à remercier toute l'équipe de ***Math pour Tous*** de nous avoir aussi chaleureusement intégré dans leur dispositif bien rodé. ■

Pierre Fernandez
Philippe Malburet

CALCULS PRÉDICTIFS DES ÉCLIPSES

Lorsqu'une éclipse est annoncée (il y en a au moins quatre par an) le public est toujours intrigué par le fait que ces éclipses soient prédites à l'avance. On peut même se demander si pour certains d'entre eux cela ne relève pas d'un exercice comparable à celui des astrologues. Pourtant, il n'y a aucune comparaison : dans un cas on s'appuie sur des théories scientifiques, alors que dans l'autre il s'agit de croyances ne reposant sur aucun fait établi.

LE CALCUL DU RETOUR DES ÉCLIPSES

La position du problème est la suivante : on connaît les éclipses qui se sont déroulées au cours d'une certaine année ; peut-on en déduire des éclipses qui soient les répétitions de celles-ci ?

En première approximation, le calcul du retour des éclipses peut être résolu par une technique enseignée au collège : la recherche du Plus Petit Multiple Commun (PPCM) à deux nombres. Bien entendu, un PPCM se calcule dans l'ensemble des entiers, alors que les nombres intervenant ici sont des réels quelconques.

On sait depuis longtemps que plusieurs conditions doivent être réalisées pour qu'une éclipse déterminée se produise. Il est nécessaire que certaines conditions géométriques soient identiques :

- la phase de la Lune doit être la Pleine Lune (éclipse de Lune) ou la Nouvelle Lune (éclipse de Soleil). Or le retour d'une même phase (ce que l'on appelle lunaison, ou période ***synodique***) se produit au bout de 29 jours, 12 heures et 44 minutes (soit, 29,530 588 853 jours).

- la Lune doit aussi être située à l'un des nœuds de son orbite (intersection de l'orbite lunaire avec le plan de l'écliptique). L'intervalle de temps séparant le passage de la Lune à un même nœud s'appelle période ***draconitique*** et vaut 27,212 220 817 jours).

Une même éclipse se produira à nouveau lorsqu'un intervalle de temps qui sera un multiple commun à la période synodique et à la période draconitique se sera écoulé. On cherche donc un entier d qui vérifie :

$d = 29{,}530\,588\,853 \times m$ et $d = 27{,}212\,220\,317 \times n$

où m et n sont des entiers.

LA PARALLAXE :
MESURE DES DISTANCES D'ÉTOILES

Comment faire pour mesurer la distance d'un objet hors de notre portée ? Cette question a longtemps préoccupé les astronomes : comment, en effet, déterminer à quelle distance de nous se situent la Lune, les planètes visibles à l'œil nu, ou même certaines étoiles ? Il nous a paru que ce thème constituait un bon exemple de l'utilisation des Mathématiques en Astronomie : cette technique a été exposée par les représentants du Planétarium Peiresc lors de la Fête de la Science, en octobre 2007.

Cet article sera suivi, dans les prochaines éditions des Cahiers Peiresc, par la description d'autres méthodes, reposant cette fois sur des notions de physique, et nécessaires pour évaluer la distance des étoiles éloignées, mais aussi des objets connus les plus lointains : les galaxies.

APPROCHE HISTORIQUE

Pendant très longtemps l'homme ne disposait d'aucun moyen d'évaluation pour déterminer la distances des objets lointains : comment, en effet, apprécier la distance de la Lune, pourtant si présente dans nos cieux nocturnes ? Aucun étalon n'était utilisable pour effectuer cette mesure.

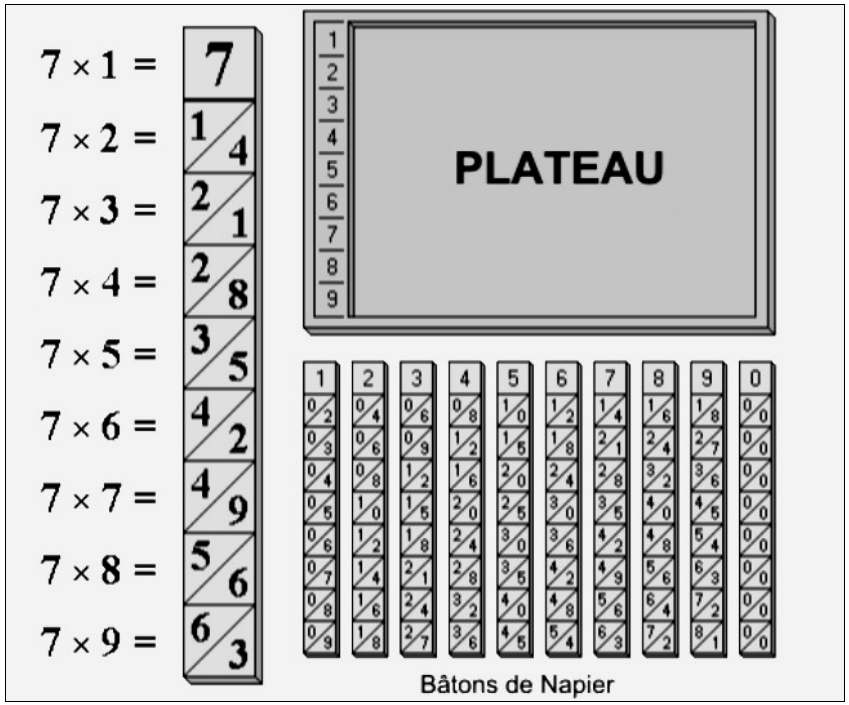
Aussi, les premières hypothèses étaient-elles fort spéculatives et parfois même contradictoires les unes par rapport aux autres.

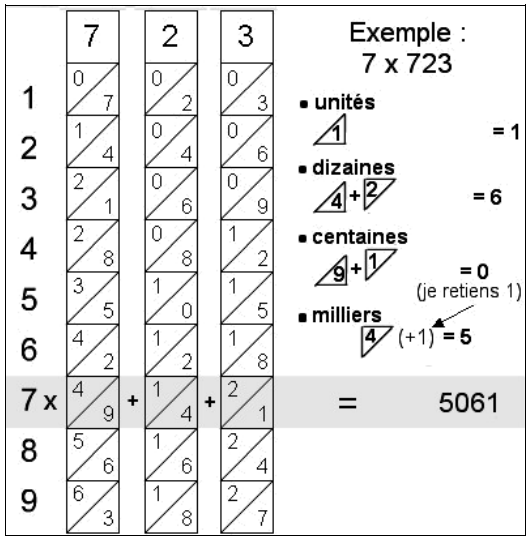
Pendant de nombreux siècles on s'est peu préoccupé des distances : on observait des points lumineux : certains étaient fixes, d'autres en mouvement furent appelés « *planètes* » (*πλανήτης*), c'est-à-dire « errant ». La description et surtout la modélisation de leurs mouvements étaient la préoccupation majeure. Plus que de distances, ce sont les rapports entre les distances qui semblent importants.

Suivant la description donnée par Aristote, on distinguait en général deux échelles de distances :

- Le monde **sublunaire** qui comprenait la Terre, et tout ce qui l'entoure, en particulier les quatre éléments : l'air, l'eau, le feu et la Terre. Tout y était imparfait et corruptible.

- Le monde **supralunaire**, donc situé au-delà de la Lune, où tout était





Les « bâtons de Napier »

Soit à multiplier 723 par 7.

• Ranger les 3 bâtons n° 7, 2 et 3 côte à côte et aller à la ligne du multiplicateur 7.

• Les chiffres des unités, dizaines, centaines, milliers, etc. s'obtiennent en partant de la droite, les chiffres entre deux barres diagonales s'additionnant comme indiqué dans l'exemple ci-contre.

La multiplication est remplacée par une série d'additions élémentaires, ce qui ne nous étonnera pas de la part de John Napier !

On remarque que si $m = 223$, alors

$d = 29{,}530\,588\,853 \times 223 = 6\,585{,}321\,314\,219$

et que si $n = 242$,

alors $d = 27{,}212\,220\,317 \times 242 = 6\,585{,}357\,316\,714$

On constate que la partie entière est commune à ces deux résultats, ce qui est également vrai pour la première décimale.

Un calcul précis de d se fait en résolvant l'équation aux inconnues entières x et y (décomposition de réels en fractions continues, voir plus bas) :

$$Sx = Dy$$

où S représente la période synodique, et D la période draconitique.

Interprétation de la partie commune de *d*

6 585,3 est une valeur approchée exprimée en jours : il y a donc 6 585 jours plus 0,3 jour qui vont séparer deux éclipses de même nature et se produisant dans les mêmes conditions. Or la valeur en jours (solaires moyens) de l'année est : 365,2596.

Cherchons combien il y a d'années contenues dans 6 585,3 jours :

$$\frac{6585{,}3}{365{,}2596} \approx 18{,}029$$

Ceci signifie que la durée de 6 585,3 jours représente légèrement plus que 18 ans. Précisons un peu. On a : $18 \times 365 = 6\,570$. Il y a donc, *a priori*, un excédent de 6 585,3 - 6 570 = 15,3 jours. Comme dans l'espace de 18 ans on pourra rencontrer 3, 4 ou 5 années bissextiles, il convient de rajouter 3, 4 ou 5 jours à 6 570.

On obtient en définitive :

- 6 585,3 – (6 570 + 3) = 12,3 jours
- 6 585,3 – (6 570 + 4) = 11,3 jours
- 6 585,3 – (6 570 + 5) = 10,3 jours

Donc l'écart de temps séparant deux éclipses de même nature et de conditions identiques est : 18 ans plus 10, 11 ou 12 jours et 0,3 jour, c'est-à-dire environ 8 heures (voir Fig. 1 page 16). Ce dernier résultat s'interprète en disant que la Terre aura tourné d'environ 8 heures de plus, soit 120°, donc que l'éclipse ne se reproduira pas au même endroit sur la Terre (Fig. 2 page 16, cette remarque vaut essentiellement pour les éclipses de Soleil). La méthode de détermination employée ici, et qui s'apparente à une recherche de PPCM, donne une très bonne valeur approchée ; pour obtenir une valeur plus précise de d, on fait intervenir d'autres conditions et une autre méthode de calcul (décomposition d'un réel en ***fractions continues***).

NOTE SUR LES FRACTIONS CONTINUES

Le saros est une période qui doit être multiple de :

- la période de révolution ***synodique*** de la Lune,
  soit : ***S* = 29,530 588 853 2** jours,
- la période de révolution ***draconitique*** de la Lune,
  soit : ***D* = 27,212 220 817** jours.

Notons que la période synodique porte encore le nom plus courant de ***lunaison*** (retour d'une phase de même nature).

Pour cela on cherche deux entiers x et y tels que :

$$x \times S = y \times D, \text{ ou encore : } \frac{S}{D} = \frac{y}{x}$$

La méthode des fractions continues permet de trouver une « meilleure approximation » rationnelle de 1,085 195 840 93 en ce sens qu'il n'y en a pas de plus précise avec un dénominateur inférieur ou égal. Les valeurs possibles de x et y seront successivement :

$$\frac{x}{y} = 1$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \frac{1}{11} = \frac{12}{11} \approx 1{,}090\,909\,09$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \frac{1}{11 + \frac{1}{1}} = \frac{13}{12} \approx 1{,}083\,33333$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \frac{1}{11 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}} = \frac{38}{35} \approx 1{,}085\,714\,285$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \frac{1}{11 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1}}}} = \frac{51}{47} \approx 1{,}085\ 106\ 382$$

$$\frac{x}{y} = 1 + \frac{1}{11 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}}}} = \frac{242}{223} \approx 1{,}085\ 201\ 794$$

Leur principe repose aussi sur les logarithmes : les graduations sont faites en logarithmes. Pour multiplier deux valeurs, on additionne des longueurs. Un curseur mobile sert à effectuer des lectures. Les ordres de grandeur devaient être évalués mentalement – excellent exercice évitant à ceux qui le pratiquent de confondre les mètres et les kilomètres.

ÉLÉMENTS BIOGRAPHIQUES DE JOHN NAPIER

John NAPIER est né à Édimbourg en 1550, dans une riche famille écossaise. Dès l'âge de 13 ans il commença des études à l'université de Saint Andrews, qu'il poursuivit ensuite vraisemblablement à Paris, en Italie et aux Pays-Bas. Il était baron de Merchiston. Il est mort le 4 avril 1617 dans son château de Merchiston.

Fervent protestant, il s'opposa aux agissements du roi Philippe II d'Espagne qui envisageait de s'allier au pape pour conquérir la Grande Bretagne.

De son temps il était plus connu comme théologien que comme mathématicien. Il effectua cependant des travaux en géométrie sphérique (il a donné quelques formules de trigonométrie sphérique) ; c'est à lui que l'on doit l'utilisation anglo-saxonne du point décimal pour représenter les nombres décimaux.

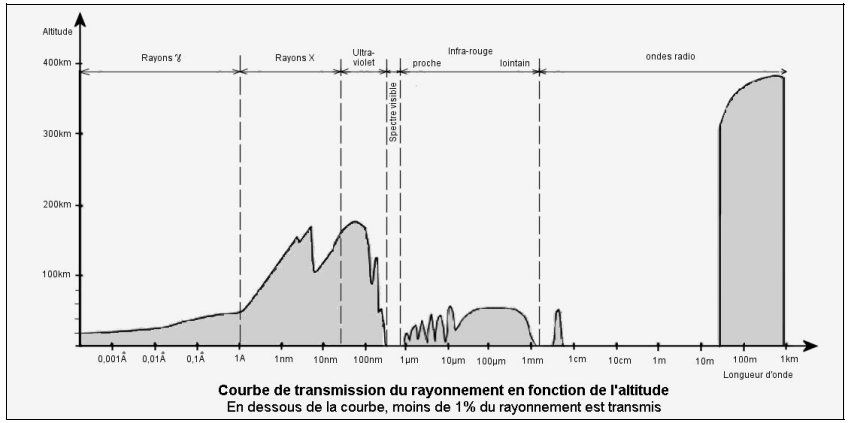
Il fut par ailleurs à la recherche de techniques permettant de simplifier les calculs. C'est dans cette perspective qu'il inventa les fonctions logarithmes (son invention fut reprise et complétée par Henry BRIGGS et déboucha sur les logarithmes décimaux, d'usage courant).

Il présenta également un procédé mécanique, appelé aujourd'hui ***Bâtons de Neper***, destiné à simplifier les multiplications et les divisions (voir page 22).

Pierre FERNANDEZ
Philippe MALBURET
Jean-Louis POSS

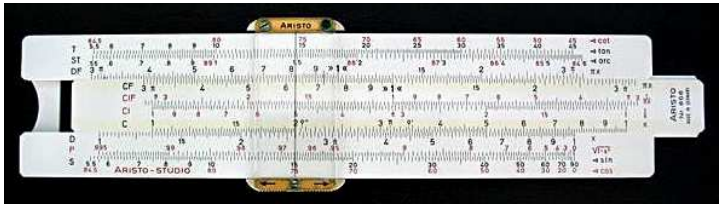
1)Les logarithmes décimaux interviennent dans de nombreuses formules de physique, notamment en astrophysique, avec l'expression de la magnitude absolue d'une étoile : $M = -2{,}5 \log L + C$ où L est la luminosité de l'étoile et C une constante.

2) Certaines représentations graphiques de fonctions présentent la particularité d'avoir une très grande étendue de valeurs à placer en abscisse (ou en ordonnée). Pour rendre de tels graphiques lisibles, on utilise des représentations semi-logarithmiques. Ainsi la transmission du rayonnement électromagnétique dans l'atmosphère subit-elle des variations très différentes, suivant que l'on se trouve dans le domaine des très courtes longueurs d'onde (le nanomètre) ou dans le domaine métrique. Pour pouvoir représenter l'ensemble du phénomène, on utilise en abscisse une échelle logarithmique pour décrire l'ensemble des longueurs d'onde.



Exemple de graphique utilisant une échelle logarithmique en abscisse : la transmission atmosphérique suivant le domaine de longueur d'onde.

3) D'autres utilisations des logarithmes ont accompagné les études de ceux qui s'adonnaient aux « sciences exactes » : les fameuses règles à calcul.



Une première « meilleure approximation » de $\frac{S}{D}$ est obtenue pour $x = 242$ et $y = 223$ (l'écart est inférieur à 6.10^{-6}).

En d'autres termes, une éclipse donnée se reproduira après 223 lunaisons (ou 242 révolutions draconitiques). Comme une lunaison vaut

29,530 588 853 2 jours, cet intervalle sera de :

29,530 588 853 2 x 223 = 6 585,321 314 jours.

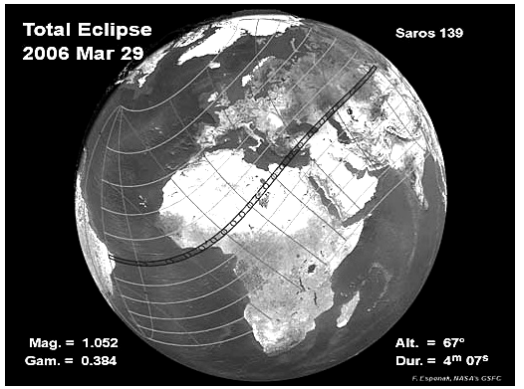
LE SAROS

On désigne par saros une période de 18 ans et 10 jours (éventuellement 11 ou 12, pour tenir compte du nombre d'années bissextiles) au bout de laquelle les éclipses se reproduisent dans le même ordre, aux mêmes lunaisons avec des caractères très semblables. On ignore en réalité (et contrairement à ce que l'on en dit très souvent) si les Anciens connaissaient ou non le saros. Ce terme a été employé pour la première fois par Edmund Halley (1656-1742) qui interpréta mal un texte ancien (*la Souda*). Chez les Chaldéens, le mot *saros* désigne l'Univers, ou bien une période de 222 mois lunaires, c'est-à-dire 18 ans et 6 mois, avec une année de 12 mois ***lunaires***. Le texte ancien employait le mot saros pour une durée qui n'avait rien à voir avec les éclipses.

Valeur du saros : **18 ans, 10, 11 ou 12 jours et 8 heures**

Le saros a été déterminé comme un multiple des périodes synodique et draconitique. On constatera par ailleurs qu'il est également un multiple de la période qui désigne le retour de la Lune à son périgée, et qui vaut : 27, 554 545 987 8 jours. C'est en raison de cette multiplicité que le saros est une période de récurrence très précise des éclipses. ■

Pierre Fernandez
Philippe Malburet



LE CALCUL PAR LOGARITHMES

S'il est une technique de calcul largement utilisée par des générations d'astronomes, ce sont bien les logarithmes. On sait moins que leur inventeur (l'écossais John Napier, plus communément appelé en France John Neper) les a découverts en cherchant à mettre au point une technique destinée à simplifier les calculs trigonométriques souvent longs et fastidieux nécessités par l'astronomie : nombreuses étaient les multiplications, les divisions, les élévations au carré, ou encore les extractions de racines qu'il fallait faire.

INTRODUCTION

Les logarithmes ont été pendant de nombreuses années le seul outil efficace dont disposaient les astronomes pour effectuer leurs souvent très longs calculs : à l'époque de Halley, il n'existait aucune machine permettant de conduire les calculs qui ont permis de prévoir le retour de sa célèbre comète. Plus près de nous, Urbain le Verrier a pu prouver l'existence de Neptune grâce à des calculs que seuls les logarithmes autorisaient.

De nos jours, les calculs par logarithmes ne sont plus enseignés : les calculatrices et les ordinateurs ont jeté dans les poubelles de l'histoire les fameuses tables de log qui ont été utilisées pendant de nombreux siècles. La fonction logarithme conserve cependant toute son importance théorique.

Il nous a paru bon de donner quelques indications sur la manière dont Napier travailla pour découvrir les logarithmes. Le texte qui suit s'inspire beaucoup d'un article de Nicole Vogel paru dans le journal " l'Ouvert ", de l'APMEP[1] d'Alsace et de l'IREM[2] de Strasbourg, paru en juin 1989.

L'INVENTION DES LOGARITHMES

L'invention des logarithmes est assez étonnante et souvent méconnue.

Voici ce que dit Napier à propos de sa découverte dans la préface de son ouvrage paru en 1614 et intitulé *Mirifici logarthmorum canonis descriptio* :

Préface de la merveilleuse règle des Logarithmes

Très illustre amateur de mathématiques, comme rien n'est aussi pénible que la pratique des mathématiques, parce que la logistique est d'autant plus freinée, retardée que les multiplications, les divisions et les extractions des racines carrées ou cubiques portent sur de grands nombres ; qu'elle est soumise à l'ennui des longues opérations et beaucoup plus encore à l'incertitude des erreurs, j'ai entrepris de rechercher par quel procédé sûr et rapide on pourrait éloigner ces obstacles. Dans ce but, j'en ai examiné soigneusement une grande quantité, les uns après les autres, et enfin j'en ai trouvé plus d'un, clair et d'un emploi facile, dont je traiterai

1. L'APMEP est l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public.
2. L'IREM est l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques.

Soit u un réel strictement positif, N un point de $(y'y)$ tel que $NS = u$ et M la position du mobile sur $(x'x)$ au même instant t. En utilisant nos notations actuelles, on peut établir en effet successivement que :

$$NEP(u) = NEP(NS) = A_0M = vt$$

Par ailleurs, on a vu que $NS = e^{-vt}$ donc $\ln(NS) = -vt$

D'où : $vt = -\ln(NS) = -\ln(u)$

Conclusion : $NEP(u) = -\ln(u)$ et $NEP(u) = \dfrac{\ln(u)}{\ln\left(\frac{1}{e}\right)}$

Ceci établit bien que la fonction découverte par Napier, et que nous avons notée *NEP*, est une fonction logarithme de base 1/e .

LA FICHE PROPOSÉE AU PUBLIC

Introduction historique

Il est courant d'entendre parler de « calculs astronomiques » pour souligner la difficulté de certains calculs. La référence à l'astronomie à ce propos n'est pas fortuite. Avant que ne soient inventés les calculettes ou les ordinateurs, les astronomes ont toujours eu besoin d'effectuer des calculs longs et parfois délicats. Les calculs se faisaient alors " à la main ", mais pouvaient durer des mois et remplir des cahiers entiers.

Bien des étudiants actuels ignorent tout des techniques de calcul par logarithmes – lesquels étaient encore nécessaires il y a quelques dizaines d'années en arrière, en particulier pour ceux qui firent des études d'astronomie jusque dans les années soixante.

Dans les fiches que nous avons proposées au public, nous avons rappelé les principales règles pratiques de calcul (en particulier l'utilisation du cologarithme). Certains visiteurs de notre stand se sont amusés à effectuer quelques calculs simples.

La fiche distribuée au public est disponible sur le site de l'APAP (http://aix.planet.free.fr/ficimages/Logarithmes.pdf), des exercices (avec corrigés) sont aussi proposés pour les téméraires qui voudraient tenter de les résoudre autrement qu'en utilisant une calculatrice !

Autres utilisations

Rappelons encore que, même si les calculs par logarithmes ne se font plus, ces fonctions restent étudiées en Terminales Scientifiques. Mais surtout, ces fonctions conservent de nombreuses applications en Physique, particulièrement en astrophysique.

D'où : $NEP(q^k) = kNEP(q)$

Remarquons cependant que tout ceci ne donne, pour l'instant, que le « logarithme » des nombres de la forme q^k (avec k entier).

Napier passe ensuite des nombres de la forme q^k à l'ensemble des réels positifs en faisant appel à la cinématique.

- M est un point mobile sur $(x'x)$, qui se déplace selon un mouvement uniforme dans le sens de A_0 vers A_1, et qui passe en A_0 à l'instant 0. Désignons par v la vitesse (constante) de M sur $(x'x)$.
- N est un point mobile sur $(y'y)$ qui se déplace de la manière suivante :

◊ à l'instant 0 il passe en T_0 avec la vitesse v,
◊ à chaque instant, la vitesse de N est proportionnelle à la distance NS qui le sépare de S.

Soient t_1 un instant positif fixé, A_1 la position de M sur $(x'x)$ et T_1 la position de N sur $(y'y)$ au même instant.

Si l'on pose $l = A_0A_1$ et $q = T_1S$, les points A_k sont alors les positions de M sur $(x'x)$ aux instants kt_1 et les points T_k sont celles de N sur $(y'y)$ aux mêmes instants.

Appelons en effet t_k l'instant où M est en A_k. Le mouvement de M sur $(x'x)$ est uniforme,

donc $\frac{A_0A_k}{A_0A_1} = \frac{t_k}{t_1}$ d'où $\frac{kl}{l} = \frac{t_k}{t_1}$ ou encore $kt_1 = t_k$

Ceci prouve que la vitesse de N est proportionnelle à NS : elle est de la forme $v = C \times TS$ où C est une constante.

À l'instant 0 la vitesse de N est $C \times T_0S = C$ d'où $C = v$.

La vitesse de N à l'instant t est $v \times TS$

Désignons par $(T_0;S)$ un repère sur $(y'y)$ et par y l'abscisse de N dans ce repère à l'instant t.

On a : $\overline{T_0S} = 1$ et $\overline{T_0N} = y$

Or $NS = \overline{NS} = \overline{T_0S} - \overline{T_0N}$ donc $NS = 1 - y$

La vitesse de N à l'instant t est donc $v(1-y)$ ce qui peut aussi s'écrire : $\frac{dy}{dt} = v(1-y)$

y est donc une solution de l'équation différentielle $Y' + vY = v$

- Une solution particulière de $Y' + vY = v$ est $Y = 1$;
- Il est équivalent de dire que y est solution de $Y' + vY = v$ et que $y - 1$ est solution de $Y' + vY = 0$.
- La solution générale de $Y' + vY = 0$ est $Y = Ke^{-vt}$ où K est une constante réelle.

On en déduit que $y = 1 + Ke^{-vt}$

Comme, de plus, pour $t = 0$, on a $y = 0$, et $K = -1$, on obtient : $y = 1 - e^{-vt}$

Par ailleurs, comme on a vu que $NS = 1 - y$ on peut en déduire que $NS = e^{-vt}$

On établit ensuite aisément que à l'instant t_k, le mobile N se trouve en T_k.

Montrons enfin que la fonction NEP trouvée par Napier est une fonction logarithme, dont la base est 1/e.

probablement ailleurs. À la vérité, aucun, parmi les autres, n'est plus utile que l'un d'eux ; par son moyen, on rejette les nombres utilisés dans les multiplications, les divisions et les extractions de racines lorsqu'elles sont difficiles et prolixes, et on les remplace par d'autres nombres, que j'ai pris soin de leur adjoindre, et l'on achève le calcul par des additions, des soustractions, des divisions par deux et par trois seulement. Est-il un mystère, qui, au milieu de tant d'autres, lui soit supérieur ? Il m'a plu de communiquer son usage au monde des mathématiciens…

On se propose dans ce paragraphe, de donner un aperçu de la méthode utilisée par Napier pour construire une fonction, dont l'un des intérêts majeurs est de remplacer une multiplication par une addition. Pour une plus grande lisibilité, les justifications utilisées sont faites à l'aide des notations actuellement utilisées en mathématiques.

En fait, c'est par une analogie cinématique que Napier inventa les logarithmes. Ce qui suit fait appel aux notations modernes, inconnues au temps de Napier, mais compréhensibles pour un lecteur moderne.

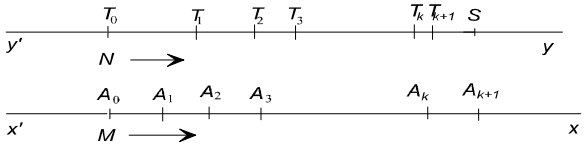
Napier commence par découper une demi-droite d'origine A_0 suivant une progression arithmétique[3] : l étant une longueur donnée, les points A_k, de cette demi-droite sont définis par : $l = A_0A_1 = A_1A_2 = \ldots = A_kA_{k+1}$

On a donc, pour tout entier naturel k : $A_0A_k = kl = kA_0A_1$

Il découpe de même le segment $[T_0S]$, de longueur 1, suivant une progression géométrique[4]. Étant donné q dans]0 ; 1[, les points T_k de ce segment sont définis par :

$$q = T_1S = \frac{T_1S}{T_0S} = \frac{T_2S}{T_1S} = \ldots = \frac{T_{k+1}S}{T_kS}$$

On a donc, pour tout entier naturel k : $T_kS = q^k$



Si l'on désigne par NEP la fonction découverte par Napier (la notation $\log_a$ n'existait pas encore), on trouve que $NEP(T_kS) = A_0A_k$

Avec nos notations actuelles on pourrait écrire : $NEP(T_0S) = A_0A_0$ donc $NEP(1) = 0$

Puis $NEP(T_kS) = A_0A_k$ or $T_kS = q^k$ et $A_0A_k = kA_0A_1$

Donc $NEP(q^k) = kA_0A_1$

De plus : $A_0A_1 = NEP(T_1S) = NEP(q)$

=> Suite page 18

3. On nomme ***progression arithmétique*** une suite de nombres dont l'un se déduit du précédent en lui ajoutant une constante appelée *raison* de la progression.
4. On nomme ***progression géométrique*** une suite de nombres dont l'un se déduit du précédent en le multipliant par une constante appelée *raison* de la progression.

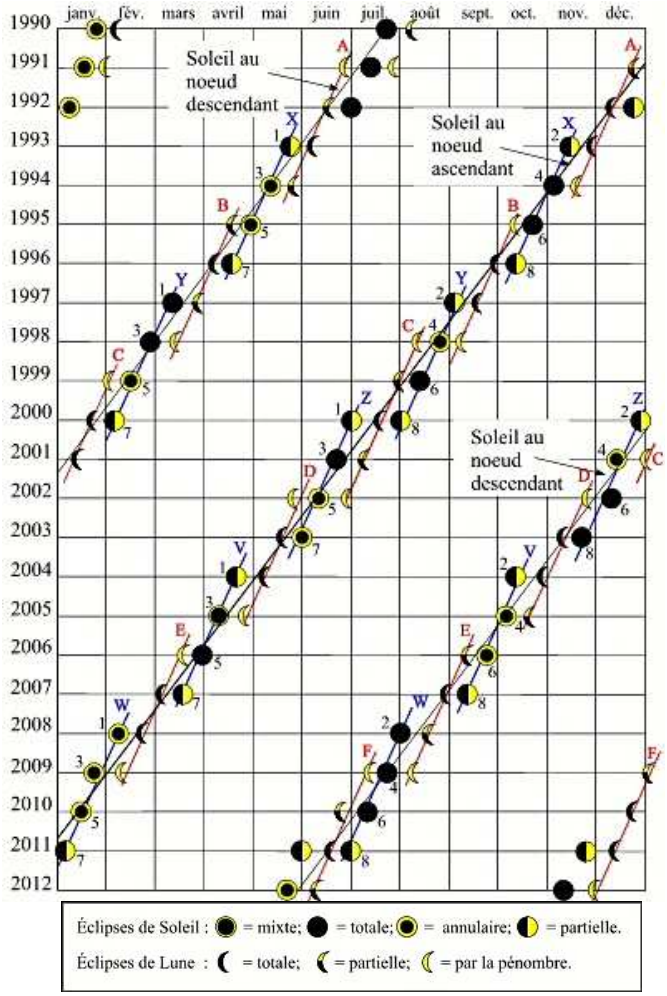


Fig. 1
Abaque du saros allant de 1990 à 2012

Le graphique ci-contre montre la succession des éclipses entre 1990 et 2012. On note que des suites d'éclipses se produisent et se présentent sur des lignes obliques.

Si l'on considère, par exemple, l'éclipse totale de Soleil de juillet 1991 (le 11 juillet), on constate qu'elle va se reproduire en juillet 2009 (exactement dans la " nuit " du 21 au 22 juillet), mais légèrement décalée vers la droite du graphique. On retrouve bien l'intervalle d'un saros de 18 ans plus 11 jours et 8 heures (entre 1991 et 2009, il y a 4 années bissextiles 1996, 2000, 2004 et 2008).

[© IMCCE]

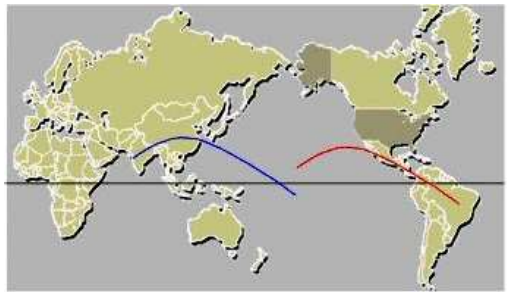


Fig. 2 *: Sur ce planisphère on a représenté en rouge le trajet de l'ombre du Soleil pour l'éclipse totale du 11 juillet 1991, et en bleu celui correspondant à l'éclipse totale du 21/22 juillet 2009. On notera le décalage du trajet d'environ 120° vers l'ouest, ce qui correspond aux 8h intervenant dans la période du saros.*

Fig. 3 : *Vue du parallaxmètre construit par l'APAP*

Fig. 4 : *Visée d'un objet proche avec le parallaxmètre*